Fichelo

Licence 2 · Mathématiques

Mathématiques L2 : fiches de révision

Algèbre linéaire, réduction, espaces euclidiens, séries, intégration, plusieurs variables, probabilités : le tronc commun de L2 (l'ordre des UE varie selon l'université)

26	121	8
fiches de révision	exercices corrigés	chapitres

D'après : Fiche nationale RNCP40113 — Licence Mathématiques, compétences spécifiques de la mention (France Compétences) ; Arrêté du 30 juillet 2018 relatif au diplôme national de licence (Légifrance). Année 2026-2027.

fichelo.fr · usage personnel et familial

Sommaire

ALGÈBRE LINÉAIRE EN DIMENSION FINIE

1 Bases, dimension, rang
2 Somme directe, supplémentaires, projecteurs
3 Matrices et changement de base
4 Déterminants
5 Formes linéaires, hyperplans, base duale

RÉDUCTION DES ENDOMORPHISMES

6 Valeurs propres et polynôme caractéristique
7 Diagonalisation
8 Trigonalisation, polynômes annulateurs, Cayley-Hamilton
9 Puissances de matrices et suites récurrentes
10 Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants

ESPACES EUCLIDIENS

11 Produit scalaire, Cauchy-Schwarz, Gram-Schmidt
12 Orthogonal, projection orthogonale, moindres carrés
13 Matrices symétriques réelles : théorème spectral

SÉRIES NUMÉRIQUES

14 Séries de référence et séries à termes positifs
15 D'Alembert, séries alternées, convergence absolue

INTÉGRATION

16 Intégrale sur un segment : propriétés et calcul
17 Intégrales généralisées

SUITES ET SÉRIES DE FONCTIONS

18 Convergence simple, convergence uniforme
19 Séries entières

FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

20 Limites, dérivées partielles, différentielle
21 Extremums : points critiques et matrice hessienne
22 Intégrales doubles

PROBABILITÉS

23 Espaces probabilisés, conditionnement, indépendance
24 Variables aléatoires discrètes et lois usuelles
25 Espérance, variance, inégalités et loi des grands nombres
26 Variables à densité et lois continues usuelles

Comment utiliser ce pack. Il n'existe pas de programme national de licence : chaque université construit ses unités d'enseignement à partir du référentiel de compétences de la mention Mathématiques. Ces fiches couvrent le tronc commun enseigné en deuxième année ; selon votre faculté, l'ordre et l'intitulé des matières changent (probabilités ou séries entières parfois en L3, espaces euclidiens parfois en L3). Repérez dans le sommaire les fiches de votre semestre.

Une fiche = une notion. Relisez l'encadré « À retenir » (énoncés exacts avec leurs hypothèses), refaites l'exemple sans regarder, puis traitez les exercices sur feuille en rédigeant complètement : les corrigés détaillés sont regroupés à la fin du pack.

FICHE 1 · ALGÈBRE LINÉAIRE EN DIMENSION FINIE

Bases, dimension, rang

Au programme : Manipuler familles libres et génératrices, calculer une dimension et un rang, utiliser le théorème du rang (compétence « effectuer et comprendre des calculs et des manipulations symboliques »).

À RETENIR

- Une famille $(e_1, \dots, e_p)$ est **libre** si $\lambda_1 e_1 + \dots + \lambda_p e_p = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \dots = \lambda_p = 0$; **génératrice** si tout vecteur en est combinaison linéaire ; une **base** est libre et génératrice (coordonnées uniques).
- **Base incomplète** : en dimension finie, toute famille libre se complète en base à l'aide de vecteurs d'une famille génératrice. Toutes les bases ont le même cardinal : la **dimension**.
- Si $\dim E = n$: une famille libre a au plus n vecteurs, une famille génératrice au moins n ; une famille de **n** vecteurs est une base $\Leftrightarrow$ elle est libre $\Leftrightarrow$ elle est génératrice.
- F sous-espace de E : $\dim F \leq \dim E$, avec égalité $\Leftrightarrow F = E$.
- **Grassmann** : $\dim(F + G) = \dim F + \dim G - \dim(F \cap G)$.
- **Rang** d'une famille = dimension de l'espace engendré ; rang de f linéaire = $\dim \operatorname{Im} f$ = rang de sa matrice (invariant par opérations élémentaires sur lignes ou colonnes).
- **Théorème du rang** : $f : E \to F$ linéaire, E de dimension finie $\Rightarrow \dim E = \dim \operatorname{Ker} f + \operatorname{rg} f$. Si $\dim E = \dim F$: f injective $\Leftrightarrow$ f surjective $\Leftrightarrow$ f bijective.

VOCABULAIRE

Sous-espace engendré	$\operatorname{Vect}(e_1, \dots, e_p)$: ensemble des combinaisons linéaires, plus petit sous-espace contenant les e_i.
Famille échelonnée	Polynômes de degrés deux à deux distincts (ou vecteurs en escalier) : toujours libre.

EXEMPLE CORRIGÉ

$F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y - z = 0 \text{ et } y + t = 0\}$. On résout : $x = z - y$, $t = -y$, avec y et z libres. Donc $(x, y, z, t) = y(-1, 1, 0, -1) + z(1, 0, 1, 0)$.

Les deux vecteurs engendrent F et ne sont pas colinéaires : c'est une base, **dim F = 2**. Contrôle : 4 inconnues − 2 équations indépendantes = 2.

ATTENTION

- Deux à deux non colinéaires ne veut pas dire libre dès qu'il y a 3 vecteurs ou plus.
- Le théorème du rang porte sur l'espace de **départ** ; il ne dit rien si E est de dimension infinie.

JE M'ENTRAÎNE

1. Montrer que $((1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1))$ est une base de $\mathbb{R}^3$.
2. Soit $F = \operatorname{Vect}(v_1, v_2, v_3)$ avec $v_1 = (1, 2, -1)$, $v_2 = (2, 1, 1)$, $v_3 = (1, -1, 2)$. Donner $\dim F$ et une équation de F.
3. Deux plans distincts F et G de $\mathbb{R}^3$. Que vaut $\dim(F \cap G)$?
4. $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = (x + y, y - z)$. Noyau, rang, surjectivité ?
5. Montrer que $(1, X - 1, (X - 1)^2)$ est une base de $\mathbb{R}_2[X]$ et donner les coordonnées de X^2.

fichelo.fr · usage personnel et familial

Sources

Les fiches suivent les textes officiels ci-dessous (programme en vigueur pour l'année indiquée sur la couverture). Fichelo est un site indépendant : il n'est affilié ni au ministère de l'Éducation nationale, ni au ministère de l'Enseignement supérieur, ni à aucun éditeur.

1. Fiche nationale RNCP40113 — Licence Mathématiques, compétences spécifiques de la mention (France Compétences)
   https://www.francecompetences.fr/recherche/rncp/40113/
2. Arrêté du 30 juillet 2018 relatif au diplôme national de licence (Légifrance)
   https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000037291166

Ce PDF est vendu pour un usage personnel et familial (ou pour la classe de l'enseignant acheteur). Merci de ne pas le diffuser en ligne. Version du 2026-10-16.